

Bestimmung der Linsenbrennweite nach der Bessel'schen Methode

Versuchsprotokoll

Tobias Krähling
eMail: <Tobias.Kraehling@SemiByte.de>
Homepage: <www.SemiByte.de>

18.04.2007
Version: 1.2

Inhaltsverzeichnis

1.	Aufgabenstellung	2
2.	Grundlagen	2
3.	Versuchsgeräte	2
4.	Versuchsaufbau	3
4.1	Stellung 1	3
4.2	Stellung 2	3
5.	Arbeitsanweisung	3
6.	Meßprotokoll	4
7.	Auswertung / Berechnung der Ergebnisse	5
7.1	Abstand a	5
7.2	Abstand e	5
7.3	Brennweite f	5
7.4	Berechnung des Mittelwertes für f	6
8.	Fehlerabschätzung	6
9.	Endergebnis	6

1. Aufgabenstellung

Bestimmung der Linsenbrennweite nach der Bessel'schen Methode.

2. Grundlagen

Bei der Bessel'schen Methode wird die Unsicherheit in der Bestimmung des Mittelpunktes der Linse auf der optischen Bank vermieden. Beträgt der Abstand zwischen dem Gegenstand G und dem Schirm B mehr als das Vierfache der Brennweite der Linse, so erhält man durch Verschieben der Linse sowohl in der Stellung I als auch in Stellung II ein scharfes Bild des Gegenstandes.

Befindet sich die Linse in Stellung I , d. h. wenn sich der Gegenstand zwischen einfacher und doppelter Brennweite befindet, so erhält man ein vergrößertes Bild. Befindet sich die Linse in Stellung II , d. h. wenn sich der Gegenstand außerhalb der doppelten Brennweite befindet, erhält man ein verkleinertes Bild. In der Linsenformel sind g und b vertauschbar. Daher gilt:

$$g = b' \quad ; \quad b = g'$$

Die Entfernung zwischen Gegenstand und Bild ist gleich der Summe von g und b :

$$e = g + b$$

Die Entfernung zwischen den beiden Stellungen ist:

$$g - g' = g - b = a$$

Durch Addition beider Gleichung erhält man:

$$g = \frac{1}{2}(e + a)$$

Durch Substraktion:

$$b = \frac{1}{2}(e - a)$$

Setzt man diese Ausdrücke für g und b in die Linsenformel ein, so erhält man:

$$f = \frac{g \cdot b}{g + b} = \frac{1}{4} \frac{e^2 - a^2}{e}$$

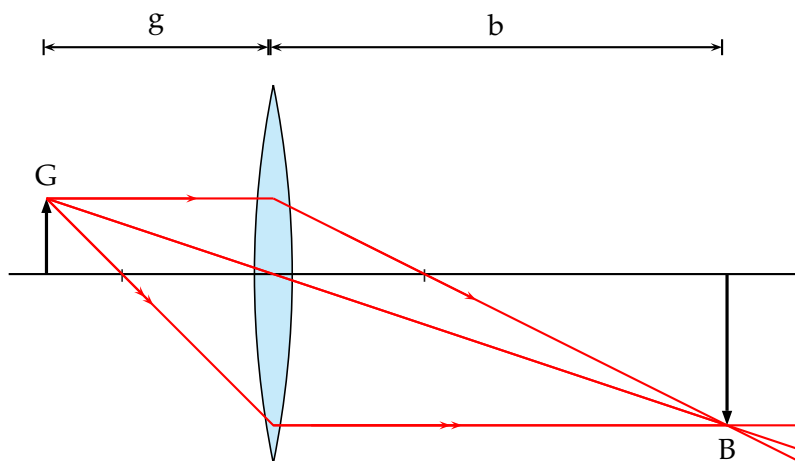
3. Versuchsgeräte

- 1 Dia als Gegenstand
- 1 optische Bank
- 1 Lampe
- 1 Mattscheibe

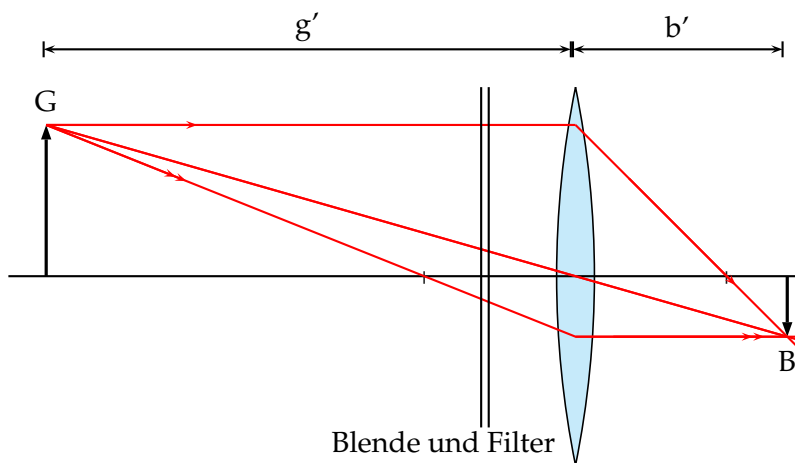
- 1 Blende
- 1 Grünfilter
- untersuchter Gegenstand
 - 1 Linsensystem aus 2 Linsen (Sammellinse)

4. Versuchsaufbau

4.1 Stellung 1



4.2 Stellung 2



5. Arbeitsanweisung

1. An das eine Ende der optischen Bank stellen wir den Gegenstand G , an das andere die Mattscheibe B , so daß ihre Entfernung größer als $4f$ ist.

2. Wir setzen die Linse in die Mitte zwischen G und B und schieben sie so lange an G heran, bis sich auf B ein scharfes, vergrößertes Bild zeigt. Wir lesen die Reiterstellung an der optischen Bank ab.
3. Wir schieben jetzt die Linse an B heran, setzen zwischen Gegenstand und Linse eine Blende und Grünfilter (das Bild ist sonst zu hell), stellen ein scharfes, verkleinertes Bild ein und lesen wieder die Reiterstellungen ab.
4. Der Unterschied der beiden Reiterstellungen ergibt den Wert a , der Abstand zwischen G und B ist e .
5. Setzt man die gemessenen Werte für a und e in die Formel ein, so erhält man die Brennweite der Linse.
6. Die Differenz der Reiterstellungen muß auch gleich der Differenz der Linsenmittelpunkte sein! Darin liegt der Vorteil.
7. Die Messungen werden bei verschiedenen Entfernungen zwischen B und G gemessen und in eine Tabelle eingetragen.
8. Der Mittelwert der Brennweiten wird ermittelt und eine Fehlerrechnung durchgeführt.

6. Meßprotokoll

i	g[mm]	b[mm]	g'[mm]	b'[mm]	a[mm]	e[mm]	f[mm]
1	206	1124	1107	223	901	1330	180
2	212	978	958	232	746	1190	181
3	216	914	892	238	676	1130	181
4	224	806	784	246	560	1030	181
5	236	694	672	258	436	930	181
6	210	1020	997	233	787	1230	182
7	208	1072	1048	232	840	1280	182
8	220	860	840	240	620	1080	181
9	231	749	731	249	500	980	181
10	205	1175	1159	229	950	1384	183
11	218	882	860	240	642	1100	181
12	226	784	762	248	536	1010	181
13	244	646	627	263	383	890	181
14	224	826	807	243	583	1050	182
15	239	681	662	258	423	920	181

Legende

- **i**: laufende Nummer der Messung
- **g**: Gegenstandsweite bei Stellung I in mm
- **b**: Bildweite bei Stellung I in mm
- **g'**: Gegenstandsweite bei Stellung II in mm
- **b'**: Bildweite bei Stellung II in mm
- **a**: Abstand der beiden Stellungen zueinander in mm
- **e**: Abstand Gegenstand-Bild zueinander in mm
- **f**: Brennweite des Linsensystems in mm

7. Auswertung / Berechnung der Ergebnisse

7.1 Abstand a

$$a = g' - g = b - b'$$

$$a_i = \frac{1}{2} [(g'_i - g_i) + (b_i - b'_i)]$$

Beispielrechnung für i_1 :

$$a_1 = \frac{1}{2} [(g'_1 - g_1) + (b_1 - b'_1)]$$

$$a_1 = \frac{1}{2} [(1107 \text{ mm} - 206 \text{ mm}) + (1124 \text{ mm} - 223 \text{ mm})]$$

$$\mathbf{a_1 = 901 \text{ mm}}$$

7.2 Abstand e

$$e = g + b = g' + b'$$

$$e_i = \frac{1}{2} [(g_i + g'_i) + (b_i + b'_i)]$$

Beispielrechnung für i_1 :

$$e_1 = \frac{1}{2} [(g_1 + g'_1) + (b_1 + b'_1)]$$

$$e_1 = \frac{1}{2} [(206 \text{ mm} + 1124 \text{ mm}) + (1107 \text{ mm} + 223 \text{ mm})]$$

$$\mathbf{e_1 = 1330 \text{ mm}}$$

7.3 Brennweite f

$$f = \frac{1}{4} \frac{e^2 - a^2}{e}$$

$$f_i = \frac{1}{4} \frac{e_i^2 - a_i^2}{e_i}$$

$$f_i = \frac{[(g_i + g'_i) + (b_i + b'_i)]^2 - [(g'_i - g_i) + (b'_i - b_i)]^2}{4^2 [(g_i + g'_i) + (b_i + b'_i)]}$$

$$f_i = \frac{(g_i + g'_i + b_i + b'_i)^2 - (g'_i - g_i + b_i - b'_i)^2}{4^2 (g_i + g'_i + b_i + b'_i)}$$

Beispielrechnung für i_1 :

$$f_1 = \frac{(g_1 + g'_1 + b_1 + b'_1)^2 - (g'_1 - g_1 + b_1 - b'_1)^2}{4^2 (g_1 + g'_1 + b_1 + b'_1)}$$

$$\mathbf{f_1 = 180 \text{ mm}}$$

7.4 Berechnung des Mittelwertes für f

$$\begin{aligned}\bar{f} &= \frac{\sum_{i=1}^{15} f_i}{n} \\ &= 181 \text{ mm}\end{aligned}$$

8. Fehlerabschätzung

Die Abweichungen der einzelnen Meßwerte vom Mittelwert beträgt:

$$\delta_i = x_i - \bar{x}$$

und für die Standardabweichung

$$s = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_i^2 (n-1)^{-1}} = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 (n-1)^{-1}}$$

Die »statistische Sicherheit« (Wahrscheinlichkeit) $S\%$ wird mit $S\% = 99\%$ gewählt, so daß zur Standardabweichung noch ein Faktor (für $S\% = 99\% \Rightarrow k = 2,58$) multipliziert werden muß.

$$\sigma = \pm s \cdot k$$

Die relative Standardabweichung beträgt somit

$$V = \pm \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\%$$

Berechnete Werte für die Brennweite

	S	σ	V
Brennweite	$\pm 0,704$	$\pm 1,816$	$\pm 1\%$

9. Endergebnis

Bei einer »statistischen« Sicherheit von $S\% = 99\%$ beträgt die Brennweite des Linsensystem $f = 181 \text{ mm}(1 \pm 1\%)$.

Liste der Versionen

Version	Datum	Bearbeiter	Bemerkung
0.9	19.09.1996	Bri	Versuchsdurchführung
1.0	25.09.1996	Bri	Protokollerstellung
1.1	01.04.2006	Bri	Erster EDV-Satz des Protokolls
1.2	18.04.2007	Krä	Satz des Protokolls in \LaTeX